С. К. Кузьмина

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

kuzmina_s@list.ru

ЛИНЕЙНЫЕ СВЯЗНОСТИ НА ТРАНСВЕРСАЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Пусть M – многообразие размерности $m+n$ со слоением коразмерности n [1]. Карта h из атласа слоения на M относит точке $x \in M$ координаты $\{x^i = h^i(x), y^\alpha = h^\alpha(x)\}$, где x^i – трансверсальные координаты, а y^α – слоевые [1]. Трансверсальное расслоение второго порядка $T^2_{tr}M$ многообразия M образовано классами эквивалентности кривых $\gamma : (a,b) \to M$ по следующему отношению эквивалентности:

$$\frac{d(h^i\circ\gamma_1)}{dt}(0) = \frac{d(h^i\circ\gamma_2)}{dt}(0), \quad \frac{d^2(h^i\circ\gamma_1)}{dt^2}(0) = \frac{d^2(h^i\circ\gamma_2)}{dt^2}(0).$$

Координаты (x^i, y^α) на M индуцируют координаты

$$\left(x^i, y^\alpha, \dot{x}^i = \frac{d(h^i\circ\gamma)}{dt}(0),\ \ddot{x}^i = \frac{d^2(h^i\circ\gamma)}{dt^2}(0)\right)$$

на $T^2_{tr}M$, определяющие на $T^2_{tr}M$ структуру гладкого многообразия, расслоенного над M. Координаты

$$\{X^i = x^i + \varepsilon\dot{x}^i + \varepsilon^2\ddot{x}^i \in \mathbb{D}^2, y^\alpha \in \mathbb{R}\},$$

где $\mathbb{D}^2$ – алгебра триальных чисел, задают на $T^2_{tr}M$ структуру $\mathbb{D}^2$-гладкого многообразия, модулируемого $\mathbb{D}^2$-модулем $(\mathbb{D}^2)^m \oplus \mathbb{R}^n$ [2].

Пусть $\mathcal{T}r^2\text{–}\mathcal{B}un$ – категория, объектами которой являются трансверсальные расслоения второго порядка слоеных многообразий $\pi^2_0 : T^2_{tr}M \to M$, а морфизмами $\mathbb{D}^2$-гладкие отображения $F^2 : T^2_{tr}M \to T^2_{tr}M'$. $\mathbb{D}^2$-гладкое отображение F^2 определяет $\mathbb{D}$-гладкое отображение $F^1 : T_{tr}M \to \to T_{tr}M'$ и морфизм слоений $f : M \to M'$. В категории $\mathcal{T}r^2-\mathcal{B}un$ можно выделить автоморфизмы специального типа $F^2 : T^2_{tr}M \to T^2_{tr}M$, которые характеризуются тем, что f и F^1 являются тождественными отображениями. Такие $\mathbb{D}^2$-диффеоморфизмы F^2 в локальных координатах имеют вид

$$\{'x^i = x^i,\ 'y^\alpha = y^\alpha,\ '\dot{x}^i = \dot{x}^i,\ '\ddot{x}^i = \ddot{x}^i + h^i(x^j, y^\alpha)\}.$$

Коэффициенты произвольной $\mathbb{D}^2$-гладкой $\mathbb{D}^2$-линейной связности на $T^2_{tr}M$ задаются уравнениями вида:

$$\Gamma^k_{ip} = \Gamma^k_{ip}X^j + \varepsilon(\dot{x}^l\partial_l\Gamma^k_{ip} + G^k_{ip}(x^j) + \varepsilon^2\left(\frac{1}{2}\dot{x}^l\dot{x}^s\partial_{ls}\Gamma^k_{ip}\right) +$$
$$+\varepsilon^2\left(\ddot{x}^l\partial_l\Gamma^k_{ip} + \dot{x}^l\partial_l G^k_{ip} + H^k_{ip}(x^j, y^\eta)\right), \quad \Gamma^\sigma_{ip} = \Gamma^\sigma_{ip}(x^j, y^\eta),$$
$$\Gamma^\sigma_{i\gamma} = \Gamma^\sigma_{i\gamma}(x^j, y^\eta), \quad \Gamma^\sigma_{\alpha p} = \Gamma^\sigma_{\alpha p}(x^j, y^\eta), \quad \Gamma^\sigma_{\alpha\gamma} = \Gamma^\sigma_{\alpha\gamma}(x^j, y^\eta).$$

Две связности Γ и $'\Gamma$ на $T^2_{tr}M$ назовем эквивалентными, если одна из них может быть переведена в другую автоморфизмом вышеуказанного специального типа.

Теорема. 1. *Две $\mathbb{D}^2$-гладкие связности $'\Gamma$ и Γ на $T^2_{tr}M$ эквивалентны тогда и только тогда, когда тензор деформации является производной Ли $\mathcal{L}_u\Gamma$ в направлении некоторого вертикального векторного поля v.*

2. *$\mathbb{D}^2$-гладкая связность Γ на $T^2_{tr}M$ эквивалентна $\mathbb{D}^2$-продолжению некоторой проектируемой* [1] *связности, заданной на M, тогда и только тогда, когда*

$$G^k_{ip}(x^j) = 0,$$

$$H^k_{ip} = \Gamma^q_{ip}\frac{\partial h^k}{\partial x^q} + h^l\partial_l\Gamma^k_{ip} - \Gamma^k_{iq}\frac{\partial h^q}{\partial x^p} - \Gamma^k_{qp}\frac{\partial h^q}{\partial x^i} - \frac{\partial^2 h^k}{\partial x^i \partial x^p}.$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Molino P. *Riemannian foliations.* – Birkhäuser, 1988. – 339 p.

2. Шурыгин В. В. *Многообразия над алгебрами и расслоения Вейля.* – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2002. – 80 с.

В. В. Купцов

Самарский государственный аэрокосмический университет им. ак. С.П. Королева,

slava.kuptcov94@mail.ru

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛИНИЙ УРОВНЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА

Цель: Определение характеристики, описывающей гравитационное поле количественно (гравитационный потенциал), характеристику поля, определяющей направление поля (векторные линии).

Задачи: 1) Построить график гравитационного потенциала системы Земля-Луна 2) Получить формулы для векторных линий этого гравитационного поля 3) Произвести необходимые расчёты. Построить графики.

Система Земля–Луна. Система Земля–Луна, Двойная планета – термин в астрономии, который используется для обозначения бинарной системы, состоящей из двух астрономических объектов, каждый из которых удовлетворяет определению планеты и является достаточно массивным, чтобы оказывать гравитационный эффект, превосходящий гравитационный эффект звезды, вокруг которой они вращаются.

Формулы, применимые к описанию системе Земля–Луна. Расчёт гравитационного потенциала (количественная